

**IN-174****B.Sc. (Part-I) Examination, 2020  
MATHEMATICS**

Paper - I

(Algebra and Trigonometry)

Time Allowed : Three Hours

Maximum Marks : 50

Minimum Pass Marks : 17

नोट : प्रत्येक इकाई से दो भाग करना अनिवार्य है। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

**Note :** Two parts from each unit is compulsory. All questions carry equal marks.

**इकाई-I / UNIT-I**

**Q. 1.** (a) प्रारम्भिक रूपान्तरण की सहायता से निम्न आव्यूह का

व्युत्क्रम ज्ञात कीजिए :

5

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & -2 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 2 & 6 \end{bmatrix}$$

**IN-174****P.T.O.****IN-174****(2)**

Using elementary transformations, find the inverse of the following matrix :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & -2 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 2 & 6 \end{bmatrix}$$

(b) आव्यूह  $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 4 \end{bmatrix}$  का आइगन मान और आइगन

सदिश का निर्धारण कीजिए।

5

Determine the eigen values and eigen vectors of the matrix :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 4 \end{bmatrix}$$

(c) यदि  $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$  तो कैले-हेमिल्टन प्रमेय का प्रयोग

करके  $2A^5 - 3A^4 + A^2 - 4I$  को  $A$  में रैखिक बहुपद

में व्यक्त कीजिए।

5

(3)

If  $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$  then by using Cayley-Hamilton theorem to express  $2A^5 - 3A^4 + A^2 - 4I$  as a linear polynomial in A.

इकाई-II / UNIT-II

Q. 2. (a) निम्न समीकरणों को आव्यूह विधि से हल कीजिए : 5

$$x + 2y - z = 3$$

$$3x - y + 2z = 1$$

$$2x - 2y + 3z = 2$$

$$x - y + z = -1$$

Solve the following equations by matrix method :

$$x + 2y - z = 3$$

$$3x - y + 2z = 1$$

$$2x - 2y + 3z = 2$$

$$x - y + z = -1$$

(b) यदि  $\alpha, \beta, \gamma$  त्रिघात समीकरण  $x^3 - px^2 + qx - r = 0$

के मूल हैं, तब वह समीकरण प्राप्त कीजिए जिसके मूल

$$\beta\gamma + \frac{1}{\alpha}, \gamma\alpha + \frac{1}{\beta}, \alpha\beta + \frac{1}{\gamma} \text{ हैं।} \quad 5$$

IN-174

P.T.O.

(4)

If  $\alpha, \beta, \gamma$  are the roots of the cubic  $x^3 - px^2 +$

$qx - r = 0$ , find the equation whose roots are

$$\beta\gamma + \frac{1}{\alpha}, \gamma\alpha + \frac{1}{\beta}, \alpha\beta + \frac{1}{\gamma}.$$

(c) डेसकार्ते विधि द्वारा  $x^4 - 3x^2 - 42x - 40 = 0$  को

हल कीजिए। 5

Solve the equation  $x^4 - 3x^2 - 42x - 40 = 0$

by Descartes's method.

इकाई-III / UNIT-III

Q. 3. (a) सिद्ध कीजिए कि वास्तविक संख्याओं के समुच्चय R पर

" $a \sim b \Rightarrow |a| = |b|$ " से परिभाषित सम्बन्ध तुल्यता

सम्बन्ध है। 5

Prove that for the set of real numbers R, the

relation " $\sim$ " defined by :

$a \sim b \Rightarrow |a| = |b|$  is an equivalence relation.

IN-174

(5)

(b) सिद्ध कीजिए कि किसी समूह के दो प्रसामान्य उपसमूहों का सर्वनिष्ठ प्रसामान्य उपसमूह होता है। 5

Prove that the intersection of two normal subgroups of any group is normal subgroup.

(c) यदि  $a = (1, 3, 5) (1, 2)$  एवं  $b = (1, 5, 7, 9)$  तो  $a^{-1}ba$  ज्ञात कीजिए।  $a$  एवं  $b$  समुच्चय  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  पर परिभाषित क्रमचय हैं। 5

If  $a = (1, 3, 5) (1, 2)$  and  $b = (1, 5, 7, 9)$  then find  $a^{-1}ba$ ,  $a$  and  $b$  are permutations defined on the set  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ .

**इकाई-IV / UNIT-IV**

**Q. 4.** (a) सिद्ध कीजिए कि समूह  $G$  का प्रत्येक समाकारी प्रतिबिम्ब  $G$  के किसी विभाग समूह के तुल्याकारी है। 5

Prove that every homomorphic image of group  $G$  is isomorphic to some quotient group of  $G$ .

**IN-174**

**P.T.O.**

(6)

(b) सिद्ध कीजिए कि वलय  $(R, +, \cdot)$  का उपसमुच्चय  $S$  एक उपवलय है यदि और केवल यदि : 5

(i)  $a \in S, b \in S \Rightarrow a - b \in S \forall a, b \in S$

(ii)  $a \in S, b \in S \Rightarrow a \cdot b \in S \forall a, b \in S$

Prove that a subset  $S$  of the ring  $(R, +, \cdot)$  is a subring iff :

(i)  $a \in S, b \in S \Rightarrow a - b \in S \forall a, b \in S$

(ii)  $a \in S, b \in S \Rightarrow a \cdot b \in S \forall a, b \in S$

(c) सिद्ध कीजिए कि सम्मिश्र संख्याओं का समुच्चय क्रमित पूर्णाकीय प्रान्त नहीं है। 5

Prove that the set of complex numbers is not an ordered integral domain.

**इकाई-V / UNIT-V**

**Q. 5.** (a) यदि  $m$  और  $n$  धन पूर्णांक हों, तो सिद्ध कीजिए : 5

$$(a + ib)^{m/n} + (a - ib)^{m/n} = 2(a^2 + b^2)^{m/2n}$$

$$\cos \left[ \left( \frac{m}{n} \right) + \tan^{-1} \frac{b}{a} \right]$$

**IN-174**

**(7)**

If  $m$  and  $n$  are positive integers, then prove

that :

$$(a + ib)^{m/n} + (a - ib)^{m/n} = 2(a^2 + b^2)^{m/2n}$$

$$\cos \left[ \left( \frac{m}{n} \right) + \tan^{-1} \frac{b}{a} \right]$$

(b) निम्नलिखित श्रेणी को जोड़िए : **5**

$$\sin \alpha + \frac{1}{2} \sin 2\alpha + \frac{1}{2^2} \sin 3\alpha + \dots \dots \dots \text{ अनन्त पदों}$$

तक।

Sum of series :

$$\sin \alpha + \frac{1}{2} \sin 2\alpha + \frac{1}{2^2} \sin 3\alpha + \dots \dots \dots \text{ till infinity.}$$

(c) सिद्ध कीजिए कि : **5**

$$i \log \frac{x-i}{x+i} = \pi - 2 \tan^{-1} x$$

Prove that :

$$i \log \frac{x-i}{x+i} = \pi - 2 \tan^{-1} x$$

